

## Détection CFAR

### 1. Principe

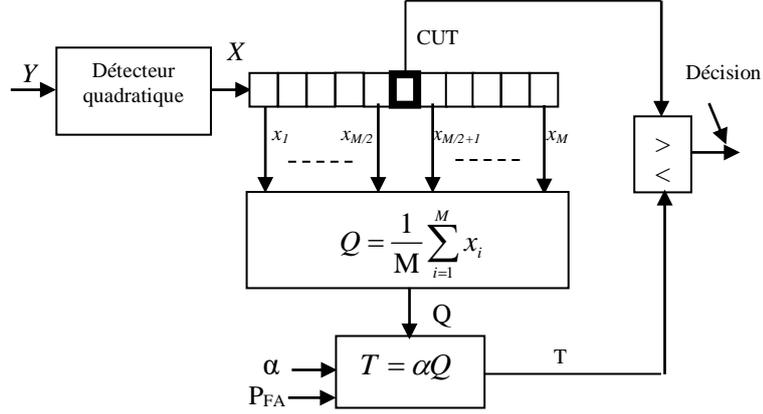
La détection par « Constant false alarm rate » CFAR, (taux constant de fausses alertes) fait référence à une forme classique d'algorithme adaptatif utilisée dans les radars pour isoler le signal retour d'une cible d'un bruit de fond important, de brouillage et d'interférences. Dans la plupart des systèmes à seuil variable, « *CFAR detection* » le seuil est calculé en estimant le niveau du bruit de fond autour de la cellule testée ("Cell Under Test" - CUT). Pour cela, on prend une série de cellules autour de celle sous test et on calcule le niveau de puissance moyen. Pour éviter que les résultats soient faussés par la puissance reçue dans la CUT, on élimine du calcul les cellules immédiatement adjacentes. Une cible est considérée présente dans la CUT si son signal est à la fois supérieur aux cellules adjacentes et au niveau de puissance moyen calculé. Ce système de calcul assez simple s'appelle « *cell-averaging CFAR* », CA-CFAR (CFAR par cellule moyennée). D'autres systèmes sont basés sur le calcul de moyennes respectivement pour les cellules situées à droite et à gauche de la CUT considérée. Les valeurs les plus hautes et les plus basses sont intégrées respectivement pour permettre d'améliorer la détection dans le cas où on se trouve à proximité d'une source de brouillage. Il existe des algorithmes plus sophistiqués qui permettent d'adapter automatiquement le seuil de détection en intégrant de façon rigoureuse les statistiques de l'espace dans lequel la cible doit être détectée. Ce système est assez commun dans la marine où l'espace est très changeant (fantômes dus aux vagues, aux météores,..., etc.) et, par conséquent, mal modélisé par un bruit blanc gaussien. C'est un problème très délicat car il est difficile de différencier un écho renvoyé par la surface de la mer de celui renvoyé par un périscope de sous-marin par exemple.

### 2. Détection CA-CFAR dans un bruit Gaussien

Le premier détecteur CFAR est le détecteur CA-CFAR (Cell Averaging) proposé par Finn et Johnson [1]. Le niveau du clutter est estimé par la moyenne arithmétique des échantillons dans la fenêtre de référence (voir Figure. 1) donné par

$$Q = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i \quad (1)$$

Si on considère la détection quadratique, la FDP de la variable aléatoire à la sortie du détecteur,  $X$ , suit la loi Exponentielle donnée par :



**Fig. 1** Détecteur CA-CFAR dans un clutter de distribution Gaussienne

$$p(x) = \frac{1}{b} \exp\left(-\frac{x}{b}\right) \quad (2)$$

Où  $b = 2\sigma^2$  représente la puissance du bruit Gaussien.

La probabilité de fausse alarme,  $P_{FA}$  et la probabilité de la détection,  $P_D$  peuvent être calculées comme

$$P_{FA} = \int_0^{\infty} \Pr(CUT > \alpha Q / H_0) p(Q) dQ \quad (3)$$

et

$$P_D = \int_0^{\infty} \Pr(CUT > \alpha Q / H_1) p(Q) dQ \quad (4)$$

Où

$$\begin{aligned} \Pr(CUT > \alpha Q / H_0) &= \int_{\alpha Q}^{\infty} \frac{1}{b} \exp\left(-\frac{x}{b}\right) dx \\ &= \exp\left(-\frac{\alpha Q}{b}\right) \end{aligned} \quad (5)$$

et

$$\begin{aligned} \Pr(CUT > \alpha Q / H_1) &= \int_{\alpha Q}^{\infty} \frac{1}{b+A} \exp\left(-\frac{x}{b+A}\right) dx \\ &= \int_{\alpha Q}^{\infty} \frac{1}{b(1+SNR)} \exp\left(-\frac{x}{b(1+SNR)}\right) dx \\ &= \exp\left(-\frac{\alpha Q}{b(1+SNR)}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

Où  $A$  est la puissance de la cible et  $SNR=A/b$  est le rapport signal sur bruit.

Maintenant, on doit déterminer la FDP de la somme des échantillons définie par la variable aléatoire suivante:

$$z = \sum_{i=1}^M x_i \quad (7)$$

La PDF de  $Z$  est calculée par le produit de convolution des PDF des échantillons,  $X_i$   $p(z) = p(x_1) * p(x_2) * \dots * p(x_M)$  qui donne la distribution Gamma où le nombre d'échantillons  $M$  représente le paramètre de forme. La distribution de  $Z$  est

$$p(z) = \frac{z^{M-1}}{b^M \Gamma(M)} \exp\left(-\frac{z}{b}\right) \quad (8)$$

On a  $Q = Z/M$ , la FDP de  $Q$  est alors trouvée par (en appliquant la formule)

$$1/M p(Q) = \frac{M^{M-1} Q^{M-1}}{b^M \Gamma(M)} \exp\left(-\frac{MQ}{b}\right) \quad (9)$$

En substituant les équations (5) et (9) dans l'équation (3), on obtient

$$\begin{aligned} P_{FA} &= \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\alpha Q}{b}\right) \frac{M^M Q^{M-1}}{b^M \Gamma(M)} \exp\left(-\frac{MQ}{b}\right) dQ \\ &= \frac{M^M}{b^M \Gamma(M)} \int_0^{\infty} Q^{M-1} \exp\left(-\frac{(\alpha + M)Q}{b}\right) dQ \end{aligned} \quad (10)$$

Pour évaluer l'intégrale de l'équation (10), on utilise le résultat trouvé dans le livre de Prudnikov (eq. (2.3.3.1)) [2].

$$\int_0^{\infty} x^n \exp(-ax) dx = \frac{\Gamma(n+1)}{a^{n+1}} \quad (11)$$

La  $P_{FA}$  de l'équation (10) devient

$$\begin{aligned} P_{FA} &= \left(1 + \frac{\alpha}{M}\right)^{-M} \\ (12) \\ \alpha &= M \left(P_{FA}^{-1/M} - 1\right) \end{aligned} \quad (13)$$

On remarque que la puissance,  $b$  du bruit n'apparaît pas dans l'expression de la  $P_{FA}$  donnée par l'équation (12). Cela signifie que l'algorithme CA a la propriété CFAR, c'est-à-dire les changements instantanés des conditions de l'environnement n'influent pas sur la valeur désirée de la  $P_{FA}$ .

Pour calculer la  $P_D$ , on suit les mêmes démarches comme précédemment. D'où

$$\begin{aligned} P_D &= \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\alpha Q}{b(1+SNR)}\right) \frac{M^M Q^{M-1}}{b^M \Gamma(M)} \exp\left(-\frac{MQ}{b}\right) dQ \\ &= \frac{M^M}{b^M \Gamma(M)} \int_0^{\infty} Q^{M-1} \exp\left(-\frac{1}{b} \left(\frac{\alpha}{1+SNR} + M\right) Q\right) dQ \end{aligned} \quad (14)$$

On applique l'intégrale (11), la  $P_D$  est alors donnée par

$$P_D = \left(1 + \frac{\alpha}{M(1+SNR)}\right)^{-M} \quad (15)$$

Le ROC (Receiver Operating Characteristic, i.e., la  $P_D$  en fonction de la  $P_{FA}$  où le  $SNR$  et  $M$  sont des paramètres) est donné par

$$ROC = P_D = \left(1 + \frac{P_{FA}^{-1/M} - 1}{1+SNR}\right)^{-M}$$

(16)

Si on considère la détection d'enveloppe, la FDP de la variable aléatoire à la sortie du détecteur,  $X$ , suit la loi de Rayleigh donnée par :

$$p_x(x) = \frac{2x}{b^2} \exp\left(-\frac{x^2}{b^2}\right) \quad (17)$$

Avec

$$\begin{aligned} \Pr(CUT > \alpha Q / H_0) &= \int_{\alpha Q}^{\infty} \frac{2x}{b^2} \exp\left(-\frac{x^2}{b^2}\right) dx \\ &= \exp\left(-\frac{\alpha^2 Q^2}{b^2}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

et

$$\begin{aligned} \Pr(CUT > \alpha Q / H_1) &= \int_{\alpha Q}^{\infty} \frac{2x}{b^2 + A^2} \exp\left(-\frac{x^2}{b^2 + A^2}\right) dx \\ &= \int_{\alpha Q}^{\infty} \frac{2x}{b^2(1+SNR)} \exp\left(-\frac{x^2}{b^2(1+SNR)}\right) dx \\ &= \exp\left(-\frac{\alpha^2 Q^2}{b^2(1+SNR)}\right) \end{aligned} \quad (19)$$

La FDP de la somme des échantillons  $z = \sum_{i=1}^M x_i$  est donnée par

$$p(z) = \frac{2z^{2M-1}}{b^{2M} \Gamma(M)} \exp\left(-\frac{z^2}{b^2}\right) \quad (20)$$

Si on pose  $Q = Z / M$ , la FDP de  $Q$  est alors trouvée par (en appliquant la formule)

$$p(Q) = \frac{2M^{2M} Q^{2M-1}}{b^{2M} \Gamma(M)} \exp\left(-\frac{M^2 Q^2}{b^2}\right) \quad (21)$$

En substituant les équations (18) et (21) dans l'équation (3), on obtient

$$\begin{aligned}
P_{FA} &= \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\alpha^2 Q^2}{b^2}\right) \frac{2M^{2M} Q^{2M-1}}{b^{2M} \Gamma(M)} \exp\left(-\frac{M^2 Q^2}{b^2}\right) dQ \\
&= \frac{2M^{2M}}{b^{2M} \Gamma(M)} \int_0^{\infty} Q^{2M-1} \exp\left(-\frac{(\alpha^2 + M^2)Q^2}{b^2}\right) dQ
\end{aligned} \tag{22}$$

On pose  $\tau = Q^2$  et on applique l'intégrale (11),  $P_{FA}$  devient

$$\begin{aligned}
P_{FA} &= \frac{M^{2M}}{b^{2M} \Gamma(M)} \int_0^{\infty} \tau^{M-1} \exp\left(-\frac{(\alpha^2 + M^2)\tau}{b^2}\right) d\tau \\
&= \left(1 + \frac{\alpha^2}{M^2}\right)^{-M}
\end{aligned} \tag{23}$$

$$\alpha = M \sqrt{\left(P_{FA}^{-1/M} - 1\right)} \tag{24}$$

On applique les mêmes étapes pour déterminer la  $P_D$ . D'où

$$\begin{aligned}
P_D &= \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\alpha^2 Q^2}{b^2(1+SNR)}\right) \frac{2M^{2M} Q^{2M-1}}{b^{2M} \Gamma(M)} \exp\left(-\frac{M^2 Q^2}{b^2}\right) dQ \\
&= \frac{2M^{2M}}{b^{2M} \Gamma(M)} \int_0^{\infty} Q^{2M-1} \exp\left(-\frac{1}{b^2} \left(\frac{\alpha^2}{1+SNR} + M^2\right) Q^2\right) dQ
\end{aligned} \tag{25}$$

On pose  $\tau = Q^2$  et on applique l'intégral (11),  $P_D$  devient

$$\begin{aligned}
P_D &= \frac{M^{2M}}{b^{2M} \Gamma(M)} \int_0^{\infty} \tau^{M-1} \exp\left(-\frac{1}{b^2} \left(\frac{\alpha^2}{1+SNR} + M^2\right) \tau\right) d\tau \\
&= \left(1 + \frac{\alpha^2}{M^2(1+SNR)}\right)^{-M}
\end{aligned} \tag{26}$$

$$ROC = \left(1 + \frac{P_{FA}^{-1/M} - 1}{(1+SNR)}\right)^{-M} \tag{27}$$

### **Exemple 1:**

On considère le problème de détection CA-CFAR ci-dessus.

**a) Cas du détecteur quadratique :**

- Déterminer le multiplicateur du seuil  $\alpha$  pour une  $P_{FA}=10^{-5}$  et  $M=16$  échantillons.
- Calculer ainsi la  $P_D$  pour  $SNR=0dB$ .
- Tracer la courbe du ROC pour différentes valeurs du  $SNR$ .

**b) Cas du détecteur d'enveloppe :**

- Reprendre les mêmes questions que le premier cas
- Constater les résultats obtenus pour les deux cas.

**Solution :**

**a) Cas du détecteur quadratique :**

-  $\alpha = ?$

$$\begin{aligned}\alpha &= M \left( P_{FA}^{-1/M} - 1 \right) \\ &= 16 \left( 10^{5/16} - 1 \right) = 16.85\end{aligned}$$

- La  $P_D = ?$

$$\begin{aligned}P_D &= \left( 1 + \frac{\alpha}{M(1+SNR)} \right)^{-M} \\ &= \left( 1 + \frac{16.85}{16(1+1)} \right)^{-16} = 0.0011\end{aligned}$$

- Les courbes du ROC ?

**b) Cas de la détection d'enveloppe :**

-  $\alpha = ?$

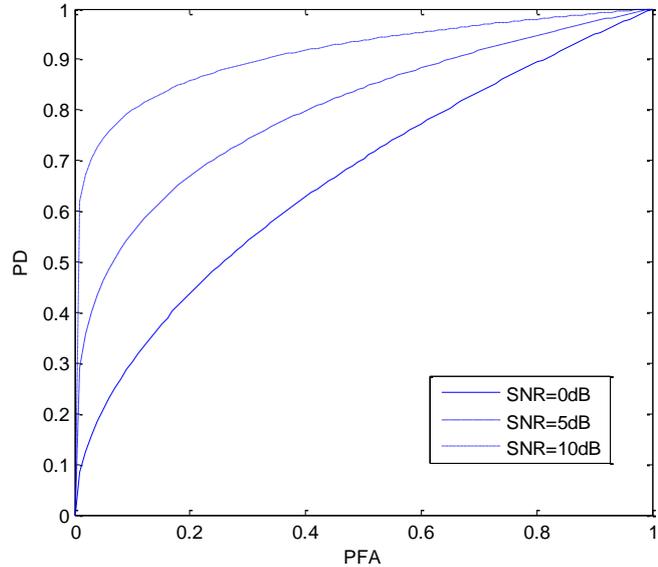
$$\begin{aligned}\alpha &= M \sqrt{P_{FA}^{-1/M} - 1} \\ &= 16 \sqrt{10^{5/16} - 1} = 16.42\end{aligned}$$

- La  $P_D = ?$

$$\begin{aligned}P_D &= \left( 1 + \frac{\alpha^2}{M^2(1+SNR)} \right)^{-M} \\ &= \left( 1 + \frac{1.0535}{(1+2)} \right)^{-16} = 0.0011\end{aligned}$$

- Le ROC ?

Les équations (16) et (27) ont la même expression, ce qui veut dire que les courbes du ROC sont identiques. On remarque que les performances de détection obtenues sont les mêmes à celle pour le cas de la détection quadratique. Alors, on peut utiliser les deux détecteurs sans affecter les valeurs des deux probabilités.



## 2. Détection CFAR dans un clutter de distribution Weibull

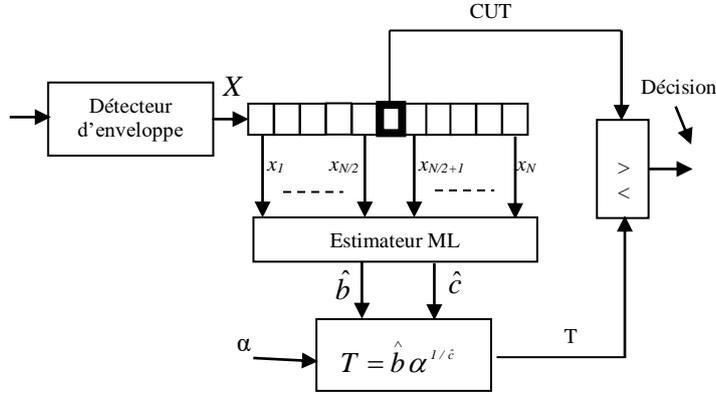
Dans cette section, on va développer la détection CFAR pour un clutter de distribution Weibull. Pour cela, on utilise la détection CA-CFAR et ML-CFAR pour un environnement de clutter homogène avec un paramètre de forme connu et inconnu. Les probabilités de fausse alarme,  $P_{FA}$  et de détection,  $P_D$  sont calculées à l'aide des expressions ainsi que la méthode de simulation Monte-Carlo respectivement.

### 2.1 Détecteur ML-CFAR

Selon la Figure 2, Ravid et al [3] a développé l'algorithme ML-CFAR pour des paramètres de la distribution Weibull inconnus par le calcul du seuil de détection adaptative,  $T$  de la forme

$$T = \hat{b} \alpha^{1/\hat{c}} \tag{28}$$

Où  $\alpha$  est un facteur du seuil de détection  $T$  qui dépend du nombre des observations  $N$ ,  $P_{FA}$  et



**Fig. 2** Détecteur ML-CFAR pour un clutter de distribution Weibull

Si le paramètre de forme est connu a priori, le seuil de détection devient

$$T = \hat{b} \alpha^{1/c} \quad (29)$$

Où

$$\hat{b} = \left( \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i^c \right)^{1/c} \quad (30)$$

La  $P_{FA}$  est déterminée par

$$P_{FA} = \int_0^{\infty} P_{rob} [CUT > \alpha \hat{b} / H_0] p_{\hat{b}}(y) dy \quad (31)$$

où

$$P_{rob} \left( CUT > \alpha \hat{b} / H_0 \right) = \exp \left( - \frac{\alpha^c \hat{b}^c}{b^c} \right) \quad (32)$$

$$\text{et } p_{X_i}(x_i) = \frac{c}{b} \left( \frac{x_i}{b} \right)^{c-1} \exp \left( - \left( \frac{x_i}{b} \right)^c \right)$$

La fdp de la variable aléatoire  $\hat{b}$  est calculée comme suit:

On pose  $z_i = g(x_i) = x_i^c$ , la fdp  $p_z(z)$  est donnée par

$$p_z(z_i) = \frac{p_{X_i}(x_i)}{\left| g'(x_i) \right|} = \frac{1}{b^c} \exp \left( - \frac{z_i}{b^c} \right) \quad \text{où } x_i = z_i^{1/c} \quad (33)$$

Pour  $Q = \sum_{i=1}^M Z_i$ , la fdp de  $Q$  est:

$$p_Q(q) = \frac{q^{M-1}}{b^c M \Gamma(M)} \exp \left( - \frac{q}{b^c} \right) \quad (34)$$

En posant  $L = Q/M$ , on obtient alors:

$$p_L(l) = \frac{l^M}{b^{cM}\Gamma(M)} \exp\left(-\frac{Ml}{b^c}\right)$$

En posant  $y = h(l) = l^{1/c}$ , nous obtenons de manière similaire à (33)

$$p_Y(y) = \frac{p_L(l_1)}{h'(l_1)} = \left(\frac{M}{b^c}\right)^M \frac{c}{\Gamma(M)} y^{cM-1} \exp\left(-\frac{My^c}{b^c}\right) \quad \text{où } l_1 = y^c$$

Comme  $y = \hat{b}$ , par conséquent:

$$p_{\hat{b}}(y) = \left(\frac{M}{b^c}\right)^M \frac{c}{\Gamma(M)} y^{cM-1} \exp\left(-\frac{My^c}{b^c}\right) \quad (35)$$

En substituant (32) et (35) dans (31), la  $P_{FA}$  devient:

$$P_{FA} = \left(\frac{M}{b^c}\right)^M \frac{c}{\Gamma(M)} \int_0^\infty y^{c(M-1)} \exp\left(-\frac{(\alpha^c + M)y^c}{b^c}\right) dy \quad (36)$$

En posant  $z = y^c$ , la  $P_{FA}$  devient alors:

$$P_{FA} = \left(\frac{M}{b^c}\right)^M \frac{1}{\Gamma(M)} \int_0^\infty z^{M-1} \exp\left(-\frac{(\alpha^c + M)z}{b^c}\right) dz \quad (37)$$

En utilisant  $\int_0^\infty x^n \exp(-ax) dx = \frac{\Gamma(n+1)}{a^{n+1}}$

Après simplification, (37) donne alors le résultat final de la  $P_{FA}$

$$P_{FA} = \left(1 + \frac{\alpha^c}{M}\right)^{-M} \quad (38)$$

Pour avoir l'expression de la  $P_D$  sous forme d'intégrale, on doit approximer la fdp de CUT pour des SNR supérieurs à 10dB. Pour cela, pour un clutter Rayleigh dans la CUT, la fdp est donnée par :

$$P_{rob}\left(CUT > \alpha \hat{b} / H_1\right) = \exp\left(-\frac{\alpha^2 \hat{b}^2}{b^2 \Gamma(1 + 2/c)(1 + SNR)}\right) \quad (39)$$

$$P_D = \int_0^\infty P_{rob}\left(CUT > \alpha \hat{b} / H_1\right) P_{\hat{b}}(y) dy$$

On pose  $z = \frac{My^c}{b^c}$ , la  $P_D$  devient alors

$$P_D = \frac{1}{\Gamma(M)} \int_0^\infty z^{M-1} \exp\left(\frac{-\alpha^2}{\Gamma(1 + 2/c)(1 + SNR)} \left(\frac{z}{M}\right)^{2/c} - z\right) dz \quad (40)$$

Pour des SNR < 10dB, on doit utiliser la méthode de simulations Monte-Carlo pour déterminer la  $P_D$ . De plus, pour le cas de la détection avec des paramètres inconnus, le paramètre d'échelle et le paramètre de forme sont estimés par la procédure MLE à partir de  $M$  échantillons. Cependant, nous ne pouvons pas obtenir les expressions analytiques de la  $P_{FA}$  et de la  $P_D$ . Les performances sont alors

calculées à l'aide de la méthode de Monte-Carlo. Etant donné la matrice de données du clutter ( $n \times M$ ) et délivrant  $n$  seuils de détection  $T_i$  on obtient:

$$P_{FA} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Pr ob(CUT > T_i / H_0) \quad (41)$$

et

$$P_D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Pr ob(CUT > T_i / H_1) \quad (42)$$

On doit vérifier que le coefficient  $\alpha$  est indépendant de  $\hat{b}$  et  $\hat{c}$  et il est en fonction de la taille de fenêtre de référence  $M$  et de la valeur désirée de la  $P_{FA}$ .

Si la sortie du détecteur d'enveloppe est amplifiée par la fonction logarithmique, la distribution des échantillons obtenus suit la loi de Gumbel donnée par [4]:

$$p_X(x) = \frac{1}{\beta} \exp\left(\frac{x-a}{\beta}\right) \exp\left[-\exp\left(\frac{x-a}{\beta}\right)\right] \quad (43)$$

$$\text{où } \begin{cases} -\infty < x < +\infty \\ -\infty < a < +\infty \\ \beta > 0 \end{cases}$$

$a$  est le paramètre de localisation et  $b$  le paramètre d'échelle. Dans ce cas, le seuil de détection est donné par :

$$T = \ln(\hat{b} \alpha^{1/\hat{c}}) = \ln(\hat{b}) + \frac{1}{\hat{c}} \ln \alpha \quad (44)$$

Comme les FDPs de  $\hat{b}$  et  $\hat{c}$  sont difficiles à trouver, les performances sont calculées via la méthode de Monte-Carlo. Sous l'hypothèse  $H_1$  le signal est ajouté au clutter et le module du nombre complexe résultant est pris. Alors, la sortie de l'amplificateur logarithmique peut être modélisée par  $x = \log(s+c) = \log(\sqrt{|s|^2 + |c|^2 + 2|s||c|\cos(\varphi)})$  où  $\varphi$  est l'angle entre  $s$  et  $c$  uniformément distribué sur  $[0, 2\pi]$ .

## 2. 2 Détection CA-CFAR

On rappelle que la distribution Weibull est donnée par [5]

$$p_X(x) = \frac{c}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{b}\right)^c\right) \quad (45)$$

La FDP de la somme  $X = X_1 + X_2 + \dots, X_M$  est donnée dans [5]

$$p_X(x) = \frac{rc(rx)^{Mc-1}}{\Gamma(M)b^{Mc}} \exp\left(-\left(\frac{rx}{b}\right)^c\right) \quad (46)$$

où

$$r = \frac{\Gamma(M+1/c)}{M\Gamma(M)\Gamma(1+1/c)} \quad (47)$$

La FDP de la moyenne des échantillons,  $Q = \frac{X}{M}$  est

$$p_x(q) = \frac{M^{Mc}rc(rq)^{Mc-1}}{\Gamma(M)b^{Mc}} \exp\left(-\left(\frac{rMq}{b}\right)^c\right) \quad (48)$$

La  $P_{FA}$  est calculée par

$$\begin{aligned} P_{FA} &= \int_0^{\infty} Pr(CUT > \alpha Q / H_0) p_x(q) dq \\ &= \frac{M^{Mc}cr^{Mc}}{\Gamma(M)b^{Mc}} \int_0^{\infty} q^{Mc-1} \exp\left(-\left(\frac{\alpha^c + M^c r^c}{b^c}\right)q^c\right) dq \end{aligned} \quad (49)$$

On pose  $z = q^c$ , (49) devient

$$P_{FA} = \frac{M^{Mc}r^{Mc}}{\Gamma(M)b^{Mc}} \int_0^{\infty} z^{M-1} \exp(-az) dz \quad \text{avec} \quad a = \frac{\alpha^c + M^c r^c}{b^c} \quad (50)$$

On utilise la solution donnée précédemment par (11), (50) devient

$$\begin{aligned} P_{FA} &= \frac{M^{Mc}r^{Mc}}{\Gamma(M)b^{Mc}} \int_0^{\infty} z^{M-1} \exp(-az) dz \\ &= \frac{M^{Mc}r^{Mc}\Gamma(M)}{\Gamma(M)b^{Mc}a^M} \end{aligned} \quad (51)$$

Alors, on simplifie (24) pour avoir l'expression finale de la  $P_{FA}$  qui est indépendante de  $b$

$$P_{FA} = \left(1 + \frac{\alpha^c}{M^c r^c}\right)^{-M} \quad (52)$$

Si  $c=1$ , (52) est exactement l'expression trouvée pour un clutter de distribution exponentielle donnée par (12).

### **Exemple 2:**

En considérant la détection ML-CFAR pour un environnement homogène de distribution Weibull.

- Pour un paramètre de forme de valeurs,  $c=0.8, 1.2, 1.6$  et  $2$ , déterminer  $\alpha$  pour une  $P_{FA}=10^{-5}$  et  $M=16$ .

- Tracer les allures de la  $P_D$  en fonction du SNR sur un même graphe.

- Tester la propriété CFAR de la procédure ML-CFAR avec des paramètres inconnus.

### **3. Détection CFAR dans un clutter de distribution Log-Normal**

Pour un clutter de distribution Log-Normal, la sortie du détecteur d'enveloppe attaque l'amplificateur logarithmique (Fig. 3). Les échantillons obtenus suivent la loi Gaussienne donnée par [6].

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp\left(-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (53)$$

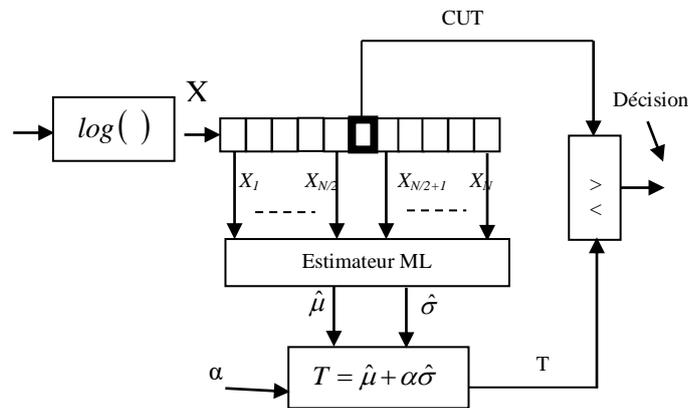
La FDP de la variable aléatoire  $Y = \log(X)$

$$p_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (54)$$

Selon la Fig. 3, Goldstein [6] a développé l'algorithme Logt-CFAR pour des paramètres de la distribution Log-Normal inconnus par le calcul du seuil de détection adaptative,  $T$  de la forme

$$T = \hat{\mu} + \alpha \hat{\sigma} \quad (55)$$

où  $\hat{\mu} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \log(x_i)$  et  $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\log(x_i) - \hat{\mu})^2$  représentent l'estimation ML des paramètres de la distribution Log-Normal.  $\alpha$  est le facteur du seuil de détection  $T$  qui dépend du nombre des observations  $M$  et la  $P_{FA}$ .



**Fig. 3** Détecteur Logt-CFAR pour un clutter de distribution Log-Normal

La même chose, nous ne pouvons pas déterminer mathématiquement les formes compactes de la  $P_{FA}$  et de la  $P_D$ . La méthode de Monte-Carlo est utilisée comme présentée précédemment.

### Exemple 3:

Maintenant le clutter est de distribution Log-Normal :

- Générer les échantillons pour différentes valeurs de  $\mu$  et  $\sigma$  .
- Tracer les courbes de la  $P_{FA}$  en fonction du facteur du seuil  $\alpha$  .
- Qu'est ce vous remarquez sur la variation de la  $P_{FA}$ .
- Constater les courbes de la  $P_D$  en fonction du SNR pour différentes valeurs de  $\sigma$  .

### **4. Détection CA-CFAR pour un clutter K-distribué :**

Le niveau du clutter est estimé par la moyenne arithmétique des échantillons dans la fenêtre de référence (Fig. 1). L'algorithme CA-CFAR est appliqué pour un paramètre de forme,  $\nu$  connu *a priori*. La  $P_{FA}$  et la  $P_D$  sont calculées via les simulations Monte-Carlo. Pour un détecteur d'enveloppe, il est connu dans la théorie de la détection radar que la distribution K résulte du modèle  $X=SY$ , où le modèle K composé s'exprime sous la forme d'un speckle S de FDP exponentiel et d'une texture Y de FDP Gamma et donnés par:

$$\begin{cases} p_{X/Y}(x/y) = \frac{x}{2y^2/\pi} \exp\left(-\frac{x^2}{4y^2/\pi}\right) \\ p_Y(y) = \frac{2b^{2\nu} y^{2\nu-1}}{\Gamma(\nu)} \exp(-b^2 y^2) \end{cases} \quad (56)$$

La FDP de l'échantillon X est calculée à partir de  $p_X(x) = \int_0^{\infty} p_{x|y}(x|y) p_Y(y) dy$  comme suit:

$$p_X(x) = \frac{\pi b^{2\nu}}{\Gamma(\nu)} \int_0^{\infty} \frac{x}{y^2} \exp\left(-\frac{\pi x^2}{4y^2}\right) y^{2\nu-1} \exp(-b^2 y^2) dy \quad (57)$$

En utilisant l'éq. (57), (57) devient

$$p_X(x) = \frac{4c}{\Gamma(\nu)} (cx)^\nu K_{\nu-1}(2cx) \quad (58)$$

où  $c = b\sqrt{\pi/4}$  et  $K_{\nu-1}(\cdot)$  est la fonction modifiée de Bessel d'ordre  $\nu - 1$ .

L'expression analytique de la FDP de la somme des échantillons,  $x_i$  selon le modèle K donné par (58) est difficile à déterminer mathématiquement. Alors, les performances sont évaluées à l'aide de la méthode de simulation Monte-Carlo.

#### **Exemple 4:**

On considère un clutter de mer de distribution K :

- Générer les amplitudes du clutter par deux méthodes différentes
- Tracer les allures de la  $P_{FA}$  en fonction du paramètre d'échelle et de forme
- Quel est l'effet du paramètre de forme sur la performance de détection.

#### **Références**

- [1] Finn. H. M and Johson. R. S, "Adaptive detection mode with threshold control as a function of spatially sampled clutter estimates," *RCA Review*, 29, (3), 1968, pp. 414-464.
- [2] Prudnikov. A. P., Brychkov. Yu. A., Marichev., O. I., "Integrals and Series", Vol. 1, Amsterdam: Gordon and Breach Science Publishers, 1986.
- [3] Ravid. R and Levanon. N, "Maximum-likelihood CFAR for Weibull Background," *IEE Proceedings- F*, Vol. 139, N°. 3, June 1992, pp. 256-264.

- [4] Gini. F, Lombardini. F and Verrazzani. L, "Decentralized CFAR Detection with Binary Integration in Weibull Clutter," *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 33, N°. 2, April 1997, pp. 396-407.
- [5] Dong. Y, "Distribution of X-Band High Resolution and High Grazing Angle Sea Clutter" Published by Defence Science and Technology Organisation PO Box 1500 Edinburgh South Australia 5111
- [6] Goldstein. G. B, "False-Alarm regulation in Log-Normal and Weibull clutter," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-9, N°. 1, January 1973, pp. 84-92.
- [7] Abramowitz. M., Stegun. I. A., "Handbook of Mathematical Functions", Dover Publications, INC, New York, 1970.